

B Die Quadratwurzel

- Die **Umkehrung** des **Quadrierens** („hoch zwei nehmen“) einer Zahl ist das **Quadratwurzelziehen**:

$$9^2 = 81$$

$$9 = \sqrt{81}$$

$$10^2 = 100$$

$$10 = \sqrt{100}$$

$$x^2 = y$$

$$x = \sqrt{y}$$

- Die (Quadrat-)Wurzel ist die Zahl, deren Quadrat die Zahl unter dem Wurzelzeichen ist.



REGEL

x heißt die **Quadratwurzel** aus y , wenn $x^2 = y$.
 y wird als **Radikand** bezeichnet.
 $x \geq 0, y \geq 0$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ weil } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{49} = \underline{\quad}, \text{ weil } \underline{\quad} = 49$$

$$\sqrt{121} = \underline{\quad}, \text{ weil } \underline{\quad} = 121$$

$$\sqrt{1,44} = \underline{\quad}, \text{ weil } \underline{\quad} = 1,44$$

- Rechenregeln:**



REGEL

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ mit } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ mit } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = 15$$

$$\sqrt{\frac{81}{100}} = \sqrt{0,81} = 0,9 = \frac{9}{10}$$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}}$$

133 Ergänze die Quadratzahlen.

*

$1^2 = 1$	$3^2 = 9$		49			169		
$2^2 = 4$				100				324

134 Gib die Quadratwurzel der Zahl an.

*

- a) 9 → _____ d) 100 → _____
 b) 25 → _____ e) 121 → _____
 c) 81 → _____ f) 400 → _____

135 Begründe.

*

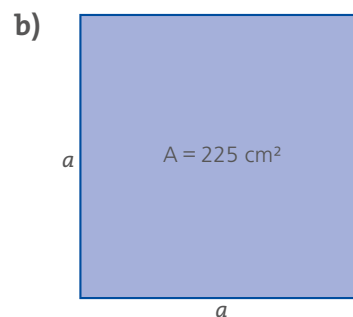
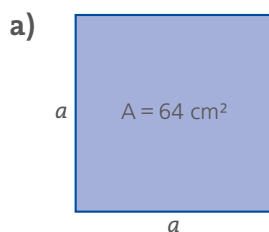
4 ist die Quadratwurzel aus 16, weil $4^2 = 16$ ist.

- a) 1,3 ist die Quadratwurzel aus 1,69, weil _____
 b) 0,8 ist die Quadratwurzel aus 0,64, weil _____
 c) $\frac{3}{8}$ ist die Quadratwurzel aus $\frac{9}{64}$, weil _____
 d) $\frac{1}{13}$ ist die Quadratwurzel aus $\frac{1}{169}$, weil _____

136 Berechne die Länge der Quadratseite.

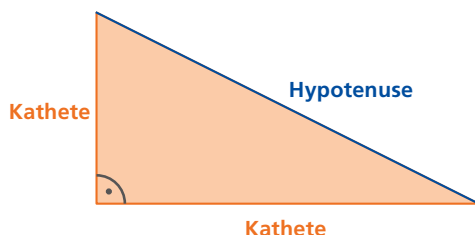
*

Für den Flächeninhalt A eines Quadrats gilt: $A = a^2$



C Der Satz von Pythagoras

- Teilt man ein Rechteck der Diagonale entlang in zwei gleich große Teile, entstehen zwei deckungsgleiche (kongruente) **rechtwinklige Dreiecke**:



- Die Seiten des Dreiecks, die den rechten Winkel bilden, heißen **Katheten**, die längste Seite (gegenüber des rechten Winkels) heißt **Hypotenuse**.
- In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt der **Lehrsatz des Pythagoras**:

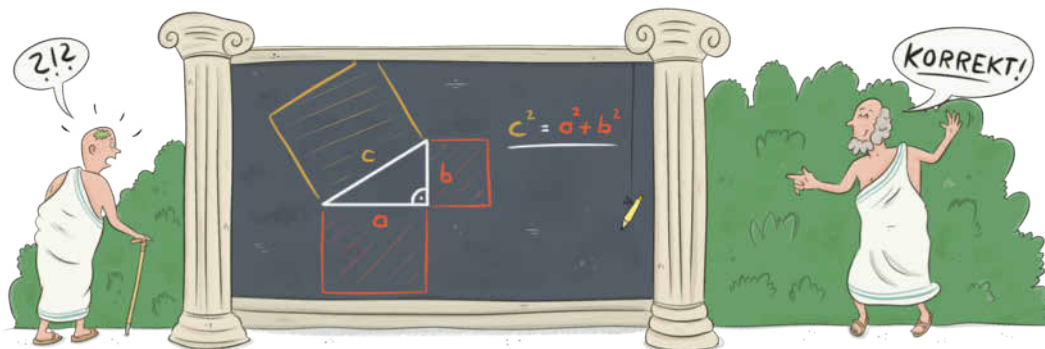


REGEL

$$(1. \text{ Kathete})^2 + (2. \text{ Kathete})^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

Das Quadrat der einen Kathetenlänge plus das Quadrat der anderen Kathetenlänge ergeben zusammen das Quadrat der Hypotenusenlänge.

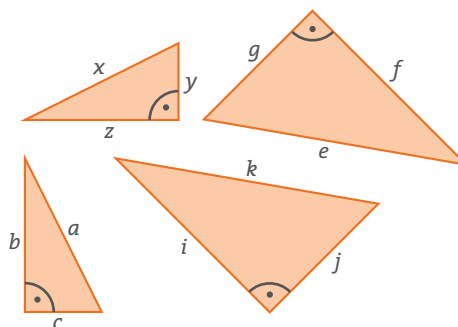
Pythagoras von Samos war ein griechischer Philosoph und Mathematiker und lebte 570 bis 510 vor Christus.



- Jedes **Dreieck**, in dem der **Satz von Pythagoras** gilt, ist **rechtwinklig**!

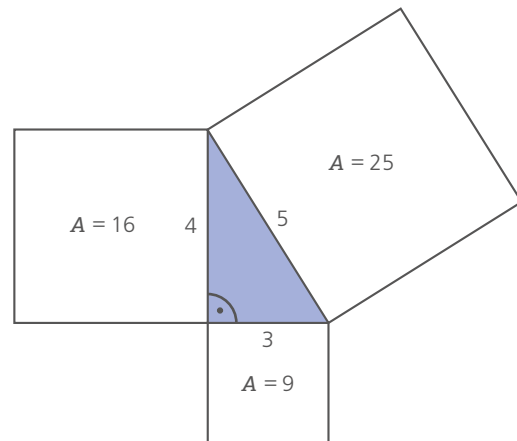
Formuliere den Satz von Pythagoras für die vier Dreiecke.

$$y^2 + z^2 = x^2$$



137 Ergänze den Text.

- * Errichtet man über den K _____ und der H _____ eines rechtwinkligen Dreiecks Quadrate, gilt:
- Die S _____ der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden K _____ ist gleich dem Flächeninhalt des Q _____ über der H _____.
- $16 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$



138 Überprüfe mit dem Satz von Pythagoras, ob es sich um ein rechtwinkliges Dreieck handelt. Finde das Lösungswort.

*

1. Seite	2. Seite	3. Seite	rechtwinklig	nicht rechtwinklig
a) 54 cm	72 cm	90 cm	D	R
b) 57 cm	76 cm	95 cm	A	U
c) 32 cm	60 cm	70 cm	K	C
d) 2,4 cm	3,2 cm	4 cm	H	E
e) 1,8 cm	2,4 cm	2,9 cm	L	S

Lösungswort: _____

139 Drücke jede Variable durch die anderen aus.

*

*

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 = z^2 - y^2$$

$$x = \sqrt{z^2 - y^2}$$

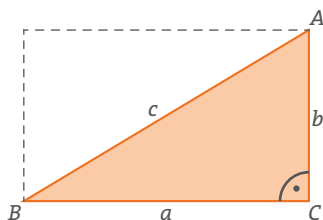
$$y^2 = z^2 - x^2$$

$$y = \sqrt{z^2 - x^2}$$

- a) $a^2 + b^2 = c^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $x^2 + y^2 = z^2$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$ $z = \underline{\hspace{2cm}}$
- c) $r^2 + s^2 = t^2$ $r = \underline{\hspace{2cm}}$ $s = \underline{\hspace{2cm}}$ $t = \underline{\hspace{2cm}}$
- d) $u^2 + v^2 = w^2$ $u = \underline{\hspace{2cm}}$ $v = \underline{\hspace{2cm}}$ $w = \underline{\hspace{2cm}}$

D Umfang und Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks

- Für den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b gilt: $A = a \cdot b$
Das rechtwinklige Dreieck ist die Hälfte eines Rechtecks.



Daher gilt für den **Flächeninhalt** eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und b :



REGEL

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{a \cdot b}{2}$$

- Für den **Umfang** eines rechtwinkligen Dreiecks gilt:



REGEL

$$u = a + b + c$$

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des rechtwinkligen Dreiecks mit der Kathete $a = 33 \text{ mm}$ und der Hypotenuse $c = 65 \text{ mm}$.

$$a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{2} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$$

$$u = a + b + c = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$$



ACHTUNG

$$\text{fehlende Kathete} = \sqrt{\text{Hypotenuse}^2 - (\text{gegebene Kathete})^2}$$

140 Berechne die Länge der Hypotenuse c und den Umfang des rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und b .

*
*

- a) $a = 99 \text{ mm}, b = 20 \text{ mm}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $u = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $a = 24 \text{ mm}, b = 70 \text{ mm}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $u = \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $a = 104 \text{ mm}, b = 78 \text{ mm}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $u = \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $a = 30 \text{ mm}, b = 72 \text{ mm}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $u = \underline{\hspace{2cm}}$

141 Gegeben ist Länge einer Kathete (a bzw. b) und die Länge der Hypotenuse c eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechne die Länge der fehlenden Kathete und den Flächeninhalt.

*
*

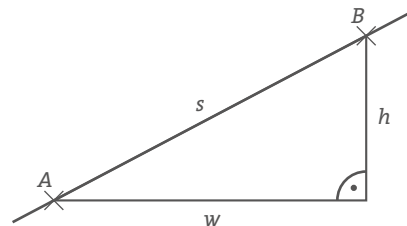
- a) $a = 5,7 \text{ cm}, c = 9,5 \text{ cm}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $b = 8 \text{ cm}, c = 8,9 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $a = 6,6 \text{ cm}, c = 11 \text{ cm}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $b = 16 \text{ cm}, c = 34 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$



142 Zwei Orte A und B sind s Meter voneinander entfernt und haben einen Höhenunterschied von h Metern. Berechne die waagrechte Entfernung w .

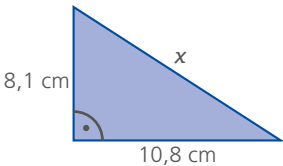
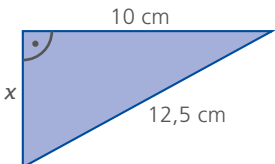
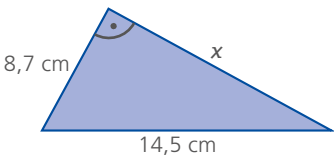
*
*

- a) $s = 1\,300 \text{ m}, h = 144 \text{ m}$
 b) $s = 2\,500 \text{ m}, h = 700 \text{ m}$
 c) $s = 1\,540 \text{ m}, h = 924 \text{ m}$
 d) $s = 3\,000 \text{ m}, h = 840 \text{ m}$



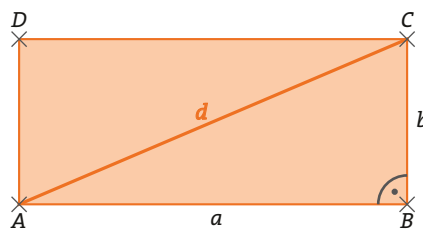
143 Berechne den Umfang des rechtwinkligen Dreiecks.

*
*

- a) 
 b) 
 c) 

E Der Satz von Pythagoras in Rechteck und Quadrat

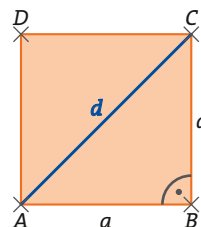
- Die **Diagonale eines Rechtecks** ist die **Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks** mit den Katheten a und b :
- Es gilt: $d^2 = a^2 + b^2$



REGEL

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Ein **Quadrat** ist ein **Rechteck mit vier gleich langen Seiten**.
- Es gilt: $d = a^2 + a^2 = 2a^2$



REGEL

$$d = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2} = \sqrt{2} \cdot a = a \cdot \sqrt{2}$$

a) Der **Umkreisradius r** eines Rechtecks ist die **halbe Länge der Diagonale d** .

Berechne r eines Rechtecks mit $a = 24$ cm und $b = 10$ cm.

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\quad + \quad} = \sqrt{\quad} = 26 \text{ cm}$$

$$r = \frac{d}{2} = \quad \text{cm}$$

b) Berechne die **Länge der Diagonale d** eines Quadrats mit dem **Flächeninhalt**

$A = 289 \text{ cm}^2$. Runde d auf 2 Nachkommastellen!

$$A = a^2 \quad a^2 = 289 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{\quad} = \quad$$

$$d = a \cdot \sqrt{2} = \quad \cdot \sqrt{2} \approx \quad$$

144 Berechne die Länge der Diagonale d des Rechtecks mit den Seitenlängen a und b .

- * a) $a = 12 \text{ cm}$, $b = 35 \text{ cm}$ $d =$ _____
 b) $a = 7,2 \text{ cm}$, $b = 5,4 \text{ cm}$ $d =$ _____
 c) $a = 6,3 \text{ cm}$, $b = 8,4 \text{ cm}$ $d =$ _____
 d) $a = 39 \text{ cm}$, $b = 80 \text{ cm}$ $d =$ _____

145 Berechne die Länge der Diagonale d des Quadrats mit den Seitenlängen a .
 Runde auf zwei Nachkommastellen.

- * a) $a = 4,5 \text{ cm}$ $d \approx$ _____
 b) $a = 13 \text{ cm}$ $d \approx$ _____
 c) $a = 43 \text{ cm}$ $d \approx$ _____
 d) $a = 3,9 \text{ cm}$ $d \approx$ _____

146 Berechne die Seitenlänge a des Quadrats, wenn die Diagonale d gegeben ist.
 Runde auf zwei Nachkommastellen.

- * a) $d = 20 \text{ cm}$ $a \approx$ _____
 * b) $d = 27 \text{ cm}$ $a \approx$ _____
 c) $d = 13,4 \text{ cm}$ $a \approx$ _____
 d) $d = 31,2 \text{ cm}$ $a \approx$ _____

147 Die Seite a eines Rechtecks ist 45 cm und die Diagonale d . Berechne die
 Seitenlänge b und den Umfang u .

- * a) $d = 51 \text{ cm}$ $b =$ _____ $u =$ _____
 * b) $d = 75 \text{ cm}$ $b =$ _____ $u =$ _____
 c) $d = 117 \text{ cm}$ $b =$ _____ $u =$ _____
 d) $d = 205 \text{ cm}$ $b =$ _____ $u =$ _____

148 Ordne dem Flächeninhalt die entsprechende Länge der Diagonalen des Quadrats zu.

*
*
*

$A = 450 \text{ cm}^2$	
$A = 1\,200 \text{ cm}^2$	
$A = 754 \text{ cm}^2$	
$A = 3\,340 \text{ cm}^2$	

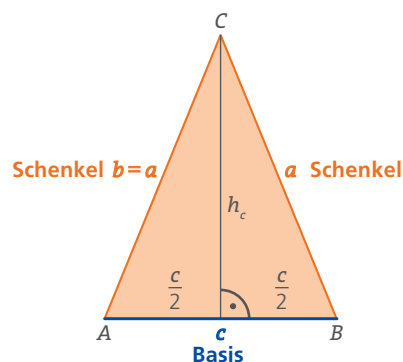
A	$d \approx 38,83 \text{ cm}$
B	$d \approx 81,73 \text{ cm}$
C	$d = 30 \text{ cm}$
D	$d \approx 48,99 \text{ cm}$

G Besondere Dreiecke und der Satz von Pythagoras

■ Gleichschenkliges Dreieck:

Zwei Seiten sind gleich lang. Die **gleich langen** Seiten werden **Schenkel** genannt.
Die dritte Seite heißt **Basis**.

Die Höhe auf die Basis (in diesem Fall h_c) teilt das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



Der **Satz von Pythagoras** kann angewendet werden.



REGEL

$$a^2 = h_c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

Welche Höhe h_c hat ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis $c = 30$ cm und der Schenkellänge $a = 25$ cm?

$$a^2 = h_c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \quad | - \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = h_c^2$$

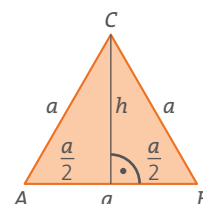
$$\sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = h_c$$

$$h_c = \sqrt{\quad - \quad} = \quad \text{cm}$$

$$\text{Flächeninhalt des Dreiecks: } A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \quad = \quad \text{cm}^2$$

■ Gleichseitiges Dreieck:

Die **Seitenlängen** sind **alle gleich lang**. Die Höhe auf eine Seite teilt das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



REGEL

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

- Die Höhe h und der Flächeninhalt A können durch die Seitenlänge a ausgedrückt werden:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad | -\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = h^2$$

$$\frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = h^2$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4} \quad | \text{Wurzelziehen}$$

$$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2}}{\sqrt{4}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Für den Flächeninhalt gilt:

$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



REGEL

$$h = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

- 153** Gib eine Formel zur Berechnung der Höhe h_c eines gleichschenkligen Dreiecks an. Berechne h_c und den Flächeninhalt A .

*

*

Formel für $h_c =$ _____

a) $a = b = 17 \text{ cm}; c = 20,4 \text{ cm}$ $h_c =$ _____, $A =$ _____

b) $a = b = 21,2 \text{ cm}; c = 22,4 \text{ cm}$ $h_c =$ _____, $A =$ _____

c) $a = b = 27,5 \text{ cm}; c = 44 \text{ cm}$ $h_c =$ _____, $A =$ _____

- 154** Gib eine Formel zur Berechnung der Basislänge c eines gleichschenkligen Dreiecks ($a = b$) an. Berechne die Basislänge c .

*

*

*

Formel für $c =$ _____

a) $a = 31,9 \text{ cm}, h_c = 23,1 \text{ cm}$ $c =$ _____

b) $a = 52,1 \text{ cm}, h_c = 27,9 \text{ cm}$ $c =$ _____

c) $a = 28,6 \text{ cm}, h_c = 26,4 \text{ cm}$ $c =$ _____

- 155** Berechne den Flächeninhalt A und die Höhe h des gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a .

*

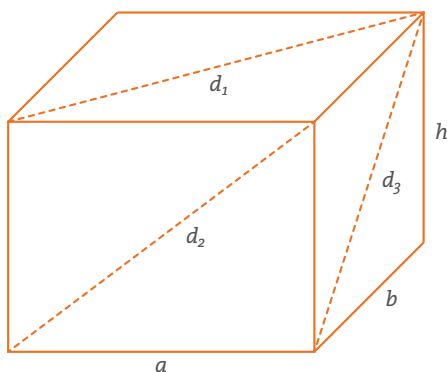
a) $a = 12 \text{ cm}$ $A =$ _____, $h =$ _____

b) $a = 43,2 \text{ cm}$ $A =$ _____, $h =$ _____

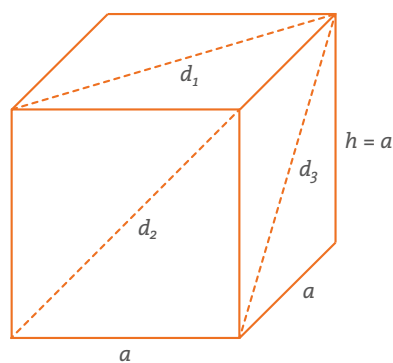
c) $a = 5,8 \text{ cm}$ $A =$ _____, $h =$ _____

B Quader und Würfel

- Ein Prisma mit **rechteckiger** Grundfläche heißt **Quader**.
- Ein Prisma mit **quadratischer** Grundfläche, dessen **Höhe** der Länge einer **Basiskante** entspricht, wird als **Würfel** bezeichnet.



Quader



Würfel

- Ein **Quader** hat höchstens **drei unterschiedlich lange Flächendiagonalen** d_1 , d_2 und d_3 .
- Für den **Würfel** gilt: $d_1 = d_2 = d_3$
- Da jede Flächendiagonale die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist, dessen Katheten die zwei Quaderkanten sind, kann man die Diagonalenlängen mit dem **Satz von Pythagoras** berechnen:

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + h^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + h^2}$$

- Für die Flächendiagonale des Würfels gilt:

$$d_1 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

a) Berechne die Flächendiagonalen des Quaders: $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 1,5 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + h^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + h^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Berechne die Flächendiagonale des Würfels: $a = 11,2 \text{ cm}$

$$d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 238** Ordne dem Würfel mit der Kantenlänge a die entsprechende Diagonalenlänge aus der rechten Spalte zu.

*

$a = 5 \text{ cm}$	
$a = 4,2 \text{ cm}$	
$a = 6,5 \text{ cm}$	
$a = 11 \text{ cm}$	

A	9,19 cm
B	5,94 cm
C	15,56 cm
D	7,07 cm

- 239** Berechne die Längen der Flächendiagonalen des Quaders.

*

a) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $h = 9 \text{ cm}$

$$d_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad d_2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad d_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) $a = 10,2 \text{ cm}$, $b = 6,3 \text{ cm}$, $h = 7,3 \text{ cm}$

$$d_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad d_2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad d_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 240** Von einem Würfel kennt man die Länge der Flächendiagonale. Berechne die Kantenlänge a .

*

*

a) $d_1 = 12 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $d_1 = 5,4 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $d_1 = 42,1 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $d_1 = 0,8 \text{ cm}$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$

- 241** Gegeben ist der Flächeninhalt einer Begrenzungsfläche eines Würfels. Bestimme die Länge der Flächendiagonale.

*

*

*

$A = 196 \text{ cm}^2$	Kantenlänge $a = \sqrt{196} = 14 \text{ cm}$	$d_1 = 14\sqrt{2} \approx 19,80 \text{ cm}$
------------------------	--	---

a) $A = 289 \text{ cm}^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $A = 441 \text{ cm}^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $A = 136,89 \text{ cm}^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $A = 492,84 \text{ cm}^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $A = 967,21 \text{ cm}^2$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Schularbeit

Schularbeitsstoff

- Binomische Formeln
- Lehrsatz von Pythagoras
- Herausheben gemeinsamer Faktoren

1

Berechne:

/ 6 Punkte

a) $(2x + 3y)^2 =$ _____

b) $(-a + 4b)^2 =$ _____

c) $(-4s - 5t)^2 =$ _____

2

Vereinfache und mache die Probe mit $g = 2$!

/ 6 Punkte

$$2g^2 \cdot (g + 7)^2 + 2g^3 \cdot (g - 2g) \cdot (g + g) - 2g^4 \cdot (g - 3)^2 =$$

3

Hebe die gemeinsamen Faktoren heraus!

/ 4 Punkte

a) $11a^3b^2 - 22a^2b + 33ab^3 - 55a^2b =$

b) $(a + b) \cdot (x - 3y) - 5 \cdot (x - 3y) + (x - 3y) =$

4

Um Arbeiten an einem Fenster durchzuführen, wird eine Leiter an das Fensterbrett, das sich in 2,10 m Höhe befindet, angelehnt. Die Leiter steht 65 cm von der Hauswand entfernt. Wie lang muss die Leiter sein? Mache auch eine Skizze!

/ 4 Punkte

5

Ein Rechteck hat die Breite $b = 3,19$ dm und eine Diagonale mit der Länge $d = 4,81$ dm. Berechne die Länge des Rechtecks, seinen Flächeninhalt und seinen Umfang. Welche Seitenlänge und welchen Flächeninhalt hat ein Quadrat mit gleichem Umfang?

/ 4 Punkte

Bewertung

23 bis 24 Punkte Sehr gut

20 bis 22 Punkte Gut

15 bis 19 Punkte Befriedigend

unter 15 Punkte Wiederhole die Stoffgebiete noch einmal, bei denen du die wenigsten Punkte erreicht hast.

/ 24 Punkte

GESAMT

7. Schularbeit

Schularbeitsstoff

- Lineare Entwicklungen
- Erweitertes Koordinatensystem
- Verhältnisse und Proportionen
- Satz von Pythagoras
- Strahlensätze

1

Angebot eines Handynetzbetreibers für Jugendliche:

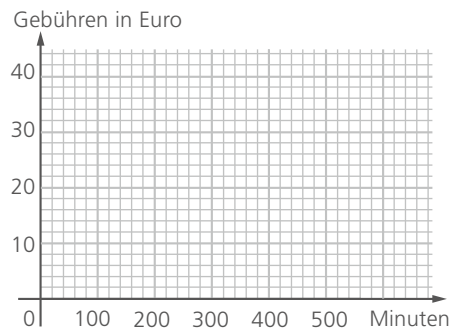
Die monatliche Grundgebühr beträgt 4 €. Das Verbindungsentgelt beträgt 4 Cent pro Minute in alle Netze.

/ 6 Punkte

- a) Ergänze die Wertetabelle für die Gesprächsminuten x und die dafür anfallenden Kosten y und gib eine Formel für die Berechnung von y an, wenn x Minuten telefoniert werden.

Minuten x	Kosten y
0	
100	
200	
500	
x	

- b) Erstelle ein Diagramm.



- c) Lies aus der Graphik ab, bei wie vielen Gesprächsminuten eine Gebühr von 20 € anfällt.

2

Kreuze die zutreffende Aussage an.

/ 1 Punkt

Der Punkt mit den Koordinaten $P = (0 | -8)$ liegt auf der 1. Achse.

☐

Der Punkt mit den Koordinaten $P = (-8 | 0)$ liegt auf der 2. Achse.

☐

Liegt ein Punkt P im zweiten Quadranten, hat seine x -Koordinate ein negatives und seine y -Koordinate ein positives Vorzeichen.

☐

- 3** Vereinfache das Verhältnis. Gib es mit möglichst kleinen natürlichen Zahlen an.

/ 2 Punkte

a) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} =$ _____

b) 650 m verhalten sich zu 1 km = _____

- 4** Schreibe die Proportion als Produktgleichung und berechne die Variable.

/ 2 Punkte

$1,2 : x = 2,5 : 8$ $x =$ _____

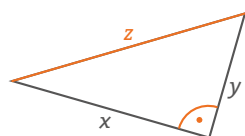
- 5** Kreuze die beiden richtigen Proportionen an.

/ 2 Punkte

☐	☐	☐	☐
$2 : 9 = 7 : 31,5$	$3 : 5 = 6 : 11$	$1,2 : 5 = 5 : 2,4$	$4,5 : 2 = 8,1 : 3,6$

- 6** Gib eine Formel für die gesuchten Seitenlängen an.

/ 4 Punkte



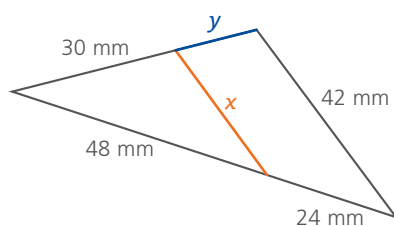
$x =$ _____ $z =$ _____

- 7** Kann eine quadratische Platte mit der Seitenlänge 2 m durch eine Tür mit den Maßen 200 cm × 85 cm diagonal durchgeschoben werden? Gib eine nachweisliche mathematische Begründung an!

/ 3 Punkte

- 8** Berechne die Längen der Strecken x und y.

/ 4 Punkte



$x =$ _____ $y =$ _____

Bewertung

23 bis 24 Punkte Sehr gut

20 bis 22 Punkte Gut

15 bis 19 Punkte Befriedigend

unter 15 Punkte Wiederhole die Stoffgebiete noch einmal, bei denen du die wenigsten Punkte erreicht hast.

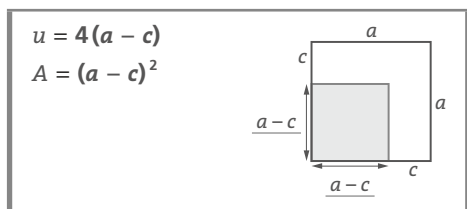
/ 24 Punkte

GESAMT

LÖSUNGEN ZU DEN BUCHSEITEN 58 BIS 61

Beispiel

S.58



128

☐	☒	☒	☐
$m + 2n$	$2n + 2m$	$m + m + n + n$	$2m + n$

129

☐	☒	☐	☒
$z + z$	z^2	$2z + 2z$	$z \cdot z$

130

- a)** $A = 17,1 \text{ m}^2$; $u = 16,6 \text{ m}$; $3,8 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm}$
b) $A = 900 \text{ m}^2$; $u = 120 \text{ m}$; $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$
c) $A = 8000 \text{ cm}^2$; $u = 360 \text{ cm}$; $5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$
d) $A = 32400 \text{ m}^2$; $u = 720 \text{ m}$; $3,6 \text{ cm} \times 3,6 \text{ cm}$

131

- a)** $b = 5,6$ **b)** $x = 7,8$ **c)** $s = 26$ **d)** $a = 12$

132

- a)** $u = 2a + 2b + 2 \cdot (c - d)$
 $A = (a + b) \cdot (c - d)$

- b)** $u = 2a + 2b + 2c$
 $A = a \cdot b - (a - 2c) \cdot c$

Beispiel

S.60

$\sqrt{49} = 7$, weil $7^2 = 49$
 $\sqrt{121} = 11$, weil $11^2 = 121$
 $\sqrt{1,44} = 1,2$, weil $1,2^2 = 1,44$

Beispiel

S.60

$\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$
 $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$

133

$1^2 = 1$	$3^2 = 9$	$5^2 = 25$	49	$9^2 = 81$	121	169	225	289
$2^2 = 4$	$4^2 = 16$	$6^2 = 36$	$8^2 = 64$	100	144	196	256	324

134

- a)** 3 **b)** 5 **c)** 9 **d)** 10 **e)** 11 **f)** 20

135 a) $1,3^2 = 1,96$ b) $0,8^2 = 0,64$ c) $\left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$ d) $\left(\frac{1}{13}\right)^2 = \frac{1}{169}$

136 a) $a = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$ b) $a = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

Beispiel

S.62

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= a^2 \\ i^2 + j^2 &= k^2 \\ f^2 + g^2 &= e^2 \end{aligned}$$

137 Errichtet man über den **Katheten** und der **Hypotenuse** eines rechtwinkligen Dreiecks Quadrate, gilt: Die **Summe** der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden **Katheten** ist gleich dem Flächeninhalt des **Quadrats** über der **Hypotenuse**.
 $16 + 9 = 25$

138 Lösungswort: **DACHS**

139 a) $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
b) $x = \sqrt{z^2 - y^2}$ $y = \sqrt{z^2 - x^2}$ $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
c) $r = \sqrt{t^2 - s^2}$ $s = \sqrt{t^2 - r^2}$ $t = \sqrt{r^2 + s^2}$
d) $u = \sqrt{w^2 - v^2}$ $v = \sqrt{w^2 - u^2}$ $w = \sqrt{u^2 + v^2}$

Beispiel

S.64

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56 \text{ mm} \\ A &= \frac{a \cdot b}{2} = \frac{33 \cdot 56}{2} = 924 \text{ mm}^2 \\ u &= a + b + c = 33 + 56 + 65 = 154 \text{ mm} \end{aligned}$$

140 a) $c = 101 \text{ mm}$ $u = 220 \text{ mm}$ c) $c = 130 \text{ mm}$ $u = 312 \text{ mm}$
b) $c = 74 \text{ mm}$ $u = 168 \text{ mm}$ d) $c = 78 \text{ mm}$ $u = 180 \text{ mm}$

141 a) $b = 7,6 \text{ cm}$ $A = 21,66 \text{ cm}^2$ c) $b = 8,8 \text{ cm}$ $A = 29,04 \text{ cm}^2$
b) $a = 3,9 \text{ cm}$ $A = 15,6 \text{ cm}^2$ d) $a = 30 \text{ cm}$ $A = 240 \text{ cm}^2$

142 a) $w = \sqrt{s^2 - h^2} = 1292 \text{ m}$ b) $w = 2400 \text{ m}$ c) $w = 1232 \text{ m}$ d) $w = 2880 \text{ m}$

143 a) $x = \sqrt{8,1^2 + 10,8^2} = 13,5 \text{ cm}$
 $u = 32,4 \text{ cm}$
b) $\sqrt{12,5^2 - 10^2} = 7,5 \text{ cm}$
 $u = 30 \text{ cm}$
c) $\sqrt{14,5^2 - 8,7^2} = 11,6 \text{ cm}$
 $u = 34,8 \text{ cm}$

LÖSUNGEN ZU DEN BUCHSEITEN 66 BIS 69

Beispiel

S.66

$$\text{a) } d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$$

$$r = \frac{d}{2} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{b) } a = \sqrt{289} = 17$$

$$d = a \cdot \sqrt{2} = 17 \cdot \sqrt{2} \approx 24,04 \text{ cm}$$

144

$$\text{a) } d = \sqrt{a^2 + b^2} = 37 \text{ cm}$$

$$\text{b) } 9 \text{ cm}$$

$$\text{c) } 10,5 \text{ cm}$$

$$\text{d) } 89 \text{ cm}$$

145

$$\text{a) } 6,36 \text{ cm}$$

$$\text{b) } 18,38 \text{ cm}$$

$$\text{c) } 60,81 \text{ cm}$$

$$\text{d) } 5,52 \text{ cm}$$

146

$$\text{Es gilt: } a = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$\text{a) } 14,14 \text{ cm}$$

$$\text{b) } 19,09 \text{ cm}$$

$$\text{c) } 9,48 \text{ cm}$$

$$\text{d) } 22,06 \text{ cm}$$

147

$$\text{a) } b = \sqrt{d^2 - a^2} = 24 \text{ cm}$$

$$u = 2 \cdot (a + b) = 138 \text{ cm}$$

$$\text{b) } b = 60 \text{ cm}$$

$$u = 210 \text{ cm}$$

$$\text{c) } b = 108 \text{ cm}$$

$$u = 306 \text{ cm}$$

$$\text{d) } b = 200 \text{ cm}$$

$$u = 490 \text{ cm}$$

148

$A = 450 \text{ cm}^2$	C
$A = 1200 \text{ cm}^2$	D
$A = 754 \text{ cm}^2$	A
$A = 3340 \text{ cm}^2$	B

A	$d \approx 38,83 \text{ cm}$
B	$d \approx 81,73 \text{ cm}$
C	$d = 30 \text{ cm}$
D	$d \approx 48,99 \text{ cm}$

Beispiel

S.68

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} \quad | \cdot 2$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2A = c \cdot h_c \quad | : h_c$$

$$2A = c \cdot h_c \quad | : c$$

$$\frac{2A}{h_c} = c$$

$$\frac{2A}{c} = h_c$$

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$a = \frac{2A}{h_a}$$

$$a = 9,5 \text{ cm}$$

149

$$\text{a) } A = 88 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) } A = 66 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } A = 575 \text{ cm}^2$$

150

$$\text{a) } A = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ m}^2$$

$$\text{b) } A = \frac{6,3 \cdot 2,1}{2} = 6,615 \text{ m}^2$$

151 a) $A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$

b) $A = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$

152	$A = 281,25 \text{ cm}^2, a = 45 \text{ cm}$	U
	$A = 217 \text{ cm}^2, a = 14 \text{ cm}$	D
	$A = 178,75 \text{ cm}^2, a = 32,5 \text{ cm}$	I
	$A = 588 \text{ cm}^2, a = 56 \text{ cm}$	N
	$A = 168 \text{ cm}^2, a = 30 \text{ cm}$	E

E	11,2 cm
D	31 cm
N	21 cm
U	12,5 cm
I	11 cm

Lösungswort: **UDINE**

Beispiel

S.70

$$h_c = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Flächeninhalt des Dreiecks: } A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{30 \cdot 20}{2} = 300 \text{ cm}^2$$

153 $h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$

a) $h_c = 13,6 \text{ cm}$ $A = 138,72 \text{ cm}^2$

b) $h_c = 18 \text{ cm}$ $A = 201,6 \text{ cm}^2$

c) $h_c = 16,5 \text{ cm}$ $A = 363 \text{ cm}^2$

154 $c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - h_c^2}$

a) 44 cm

b) 88 cm

c) 22 cm

155 a) $A \approx 62,35 \text{ cm}^2$ $h \approx 10,39 \text{ cm}$

b) $A \approx 808,11 \text{ cm}^2$ $h \approx 37,41 \text{ cm}$

c) $A \approx 14,57 \text{ cm}^2$ $h \approx 5,02 \text{ cm}$

Beispiel

S.72

$$a = 5,6 \text{ cm}; h_a = 3,5 \text{ cm}$$

$$A = a \cdot h_a = 5,6 \cdot 3,5 = 19,6 \text{ cm}^2$$

$$b = 3,7 \text{ cm}; h_b = 8,5 \text{ cm}$$

$$A = 3,7 \cdot 8,5 = 31,45 \text{ cm}^2$$

156 a) $22,75 \text{ cm}^2$

b) $171,6 \text{ dm}^2$

c) $0,036 \text{ m}^2$

d) $0,96 \text{ dm}^2$

157 a) $A = 412 \cdot 679 = 279\,748 \text{ m}^2$

b) $A = 700 \cdot 500 = 350\,000 \text{ m}^2$

158 a) $D = (-4|3)$ $A = 24$

b) $C = (6|3)$ $A = 20$

c) $B = (3|0)$ $A = 10$

Beispiel

S.118

$$\begin{aligned} \text{a) } d_1 &= \sqrt{a^2 + b^2} = 3,8 \text{ cm} \\ d_2 &= \sqrt{a^2 + h^2} = 6,1 \text{ cm} \\ d_3 &= \sqrt{b^2 + h^2} = 5,2 \text{ cm} \\ \text{b) } &15,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

238

$a = 5 \text{ cm}$	D
$a = 4,2 \text{ cm}$	B
$a = 6,5 \text{ cm}$	A
$a = 11 \text{ cm}$	C

A	9,19 cm
B	5,94 cm
C	15,56 cm
D	7,07 cm

239

$$\begin{aligned} \text{a) } d_1 &= 9,22 \text{ cm} & d_2 &= 10,82 \text{ cm} & d_3 &= 11,40 \text{ cm} \\ \text{b) } d_1 &= 11,99 \text{ cm} & d_2 &= 12,54 \text{ cm} & d_3 &= 9,64 \text{ cm} \end{aligned}$$

240

$$\text{Es gilt: } a = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } a &= 8,49 \text{ cm} & \text{b) } a &= 29,77 \text{ cm} & \text{c) } a &= 3,82 \text{ cm} & \text{d) } a &= 0,57 \text{ cm} \end{aligned}$$

241

$$\begin{aligned} \text{a) } a &= 17 \text{ cm} & d_1 &= 24,04 \text{ cm} \\ \text{b) } a &= 21 \text{ cm} & d_1 &= 29,70 \text{ cm} \\ \text{c) } a &= 11,7 \text{ cm} & d_1 &= 16,55 \text{ cm} \\ \text{d) } a &= 22,2 \text{ cm} & d_1 &= 31,40 \text{ cm} \\ \text{e) } a &= 31,1 \text{ cm} & d_1 &= 43,98 \text{ cm} \end{aligned}$$

Beispiel

S.120

$$\begin{aligned} G &= \frac{a \cdot b}{2} = \frac{48 \cdot 55}{2} = 1320 \text{ cm}^2 \\ M &= (a + b + c) \cdot h = (48 + 55 + 73) \cdot 80 = 14080 \text{ cm}^2 \\ O &= 2 \cdot G + M = 2 \cdot 1320 + 14080 = 16720 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Beispiel

S.121

$$\text{Das Volumen des obigen Prismas ist } V = 1320 \cdot 80 = 105600 \text{ cm}^3$$

242

$$\begin{aligned} \text{a) } O &= 2 \cdot 14 \cdot 8 + 2 \cdot (14 + 8) \cdot 11 = 708 \text{ cm}^2 \\ \text{b) } O &= 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} + (4 + 3 + 5) \cdot 5,6 = 79,2 \text{ cm}^2 \\ \text{c) } O &= \frac{2 \cdot (7 + 3) \cdot 3}{2} + (3 + 7 + 5 + 3) \cdot 4 = 102 \text{ cm}^2 \\ \text{d) } O &= 2 \cdot (25 - 12) + (15 + 2 + 3 + 8) \cdot 5 = 166 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3 a) $23 \cdot 10^6$ b) $2,3 \cdot 10^9$

4 a) 30 000 b) 2 670 000

5 $a = 9 \text{ cm}$ $b \approx 4,3 \text{ cm}$ $c = 7 \text{ cm}$ $d \approx 4 \text{ cm}$ $h = 4 \text{ cm}$

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2} = 32 \text{ cm}^2$$

6 $a = 55 - 12,3 - 2 \cdot 7,5 = 27,7 \text{ cm}$ $h = 4,471 \text{ cm}$ $h = \frac{2A}{a+c} = 4,471 \text{ cm}$

4. Schularbeit

1 a) $4x^2 + 12xy + 9y^2$ b) $a^2 - 8ab + 16b^2$ c) $16s^2 + 40st + 25t^2$

2 $-2g^6 + 8g^5 - 16g^4 + 28g^3 + 98g^2$ Probe: $488 = 488$

3 a) $11ab \cdot (a^2b - 2a + 3b^2 - 5a)$ b) $(x - 3y) \cdot (a + b - 4)$



4 Skizze: $l = \sqrt{2,1^2 + 0,65^2} \approx 2,2 \text{ m}$

5 $l = \sqrt{4,81^2 - 3,19^2} = 3,6 \text{ dm}$ $A = 11,484 \text{ dm}^2$ $u = 13,58 \text{ dm}$

Quadrat: $a = \frac{u}{4} = 3,395 \text{ dm}^2$ $A \approx 11,53 \text{ dm}^2$

5. Schularbeit

1 $x^2 - 6x + 9 - 9x^2 - 6x - 1 = -8x^2 + 24x - 18 + 2$
 $-12x + 8 = 24x - 16$
 $24 = 36x$
 $\frac{24}{36} = x$
 $x = \frac{2}{3}$ Probe: $-\frac{32}{9} = -\frac{32}{9}$

2 $x^2 - 95 = (x - 5)^2$
 $x^2 - 95 = x^2 - 10x + 25$
 $10x = 120$
 $x = 12$

1. Quadrat: $x = 12 \text{ cm}$ $A = 144 \text{ cm}^2$
 2. Quadrat: $y = 7 \text{ cm}$ $A = 49 \text{ cm}^2$

3 $16 : 36 = 25 : a_1^2$ $a_1 = 7,5 \text{ cm}$

4 $20x = 235\,000$
 $x = 11\,750$
 1. Erbe ... 35 250€
 2. Erbe ... 47 000€
 3. Erbe ... 58 750€
 4. Erbe ... 70 500€
 5. Erbe ... 23 500€

5 a) 8,125 cm b) 3,75 cm

6. Schularbeit

1 y ... Höhe des Turms ohne die Größe des Beobachters
 $4 : (3,95 - 1,70) = (4 + 136) : y \rightarrow y = 78,75 \text{ m}$
 Höhe des Turms ... $1,70 + y = 1,70 + 78,75 = 80,45 \text{ m}$

2 a) $70 : 91 = x : 3,25 \rightarrow x = 2,5$ Man braucht für die Strecke 2,5 Stunden.
 b) $300 : x = 24,6 : 41 \rightarrow x = 500$ Man kommt 500 km weit.

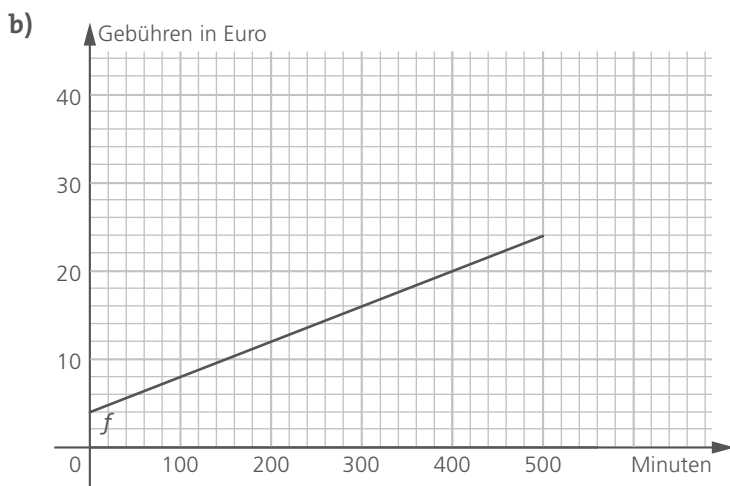
3 a) $Z = 3\,400 \cdot 0,024 \cdot \frac{250}{360} \approx 56,67 \text{ €}$
 Man kann 3 456,67 € beheben.
 b) $10\,000 \cdot 1,03^{15} \approx 15\,579,67 \text{ €}$
 Jedes Kind bekommt $15\,579,67 : 2 \approx 7\,789,84 \text{ €}$

4 c ... Basis
 $1\,400 = \frac{c \cdot 5}{2} \cdot 100 \rightarrow c = 5,6 \text{ cm}$

7. Schularbeit

1 a)

Minuten x	Kosten y in €
0	4
100	8
200	12
500	24
x	$4 + 0,04 \cdot x$



c) 400 Minuten

- 2 Der Punkt mit den Koordinaten $P = (0|-8)$ liegt auf der 1. Achse. ☐
 Der Punkt mit den Koordinaten $P = (-8|0)$ liegt auf der 2. Achse. ☐
 Liegt ein Punkt P im zweiten Quadranten, hat seine x -Koordinate ein negatives und seine y -Koordinate ein positives Vorzeichen. ☒

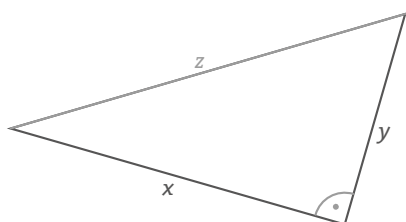
3 a) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = 6 : 5$

b) 650 m verhalten sich zu 1 km = $650 : 1000 = 13 : 20$

4 $x = (1,2 \cdot 8) : 2,5 = 3,84$

5	☒	☐	☐	☒
	$2 : 9 = 7 : 31,5$	$3 : 5 = 6 : 11$	$1,2 : 5 = 5 : 2,4$	$4,5 : 2 = 8,1 : 3,6$

6



$$x = \sqrt{z^2 - y^2} \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

7

Diagonale der Türe: $\sqrt{200^2 + 85^2} \approx 217 \text{ cm} \approx 2,17 \text{ m} > 2 \text{ m}$
 Das heißt, die Platte kann diagonal durchgeschoben werden.