

Auswahl an ehemaligen sRDP-Aufgaben zu einzelnen Kompetenzen **AM@BAfEP 5**

Quelle: <https://www.matura.gv.at>

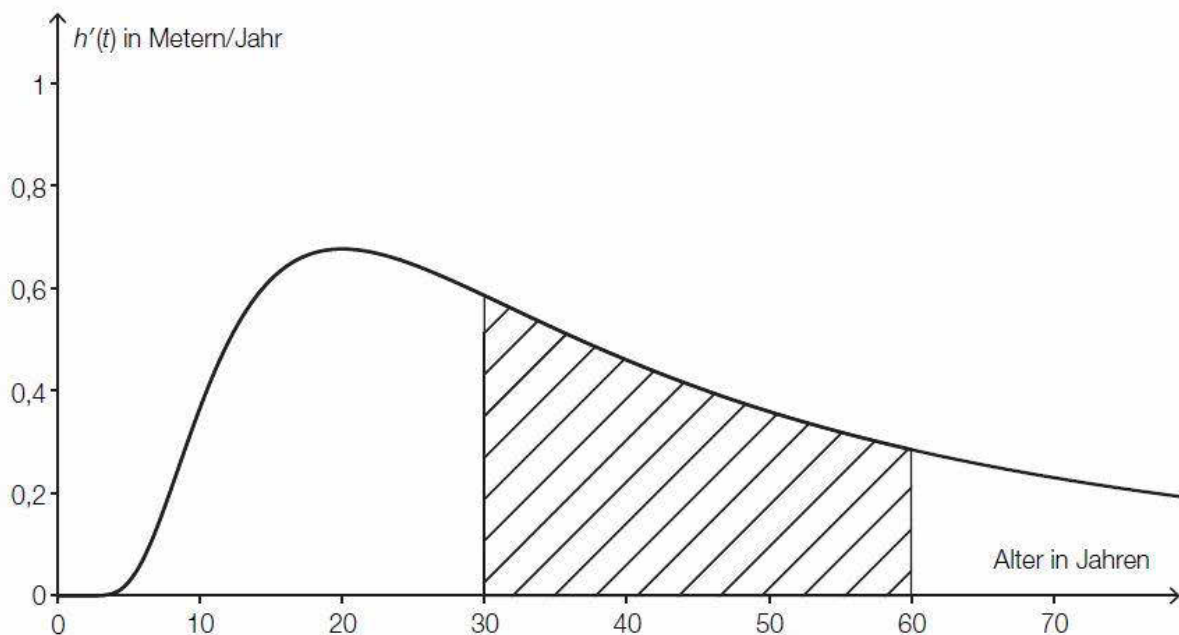
Kapitel 1 – Integralrechnung

Deskriptor 4.5 (adaptiert)

den Zusammenhang zwischen Funktion und einer Stammfunktion interpretieren und erklären

Aufgabe 1

- c) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der momentanen Änderungsrate der durchschnittlichen Höhe eines Fichtenbestandes $h'(t)$ dargestellt.



- Interpretieren Sie die Bedeutung des Inhalts der schraffierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

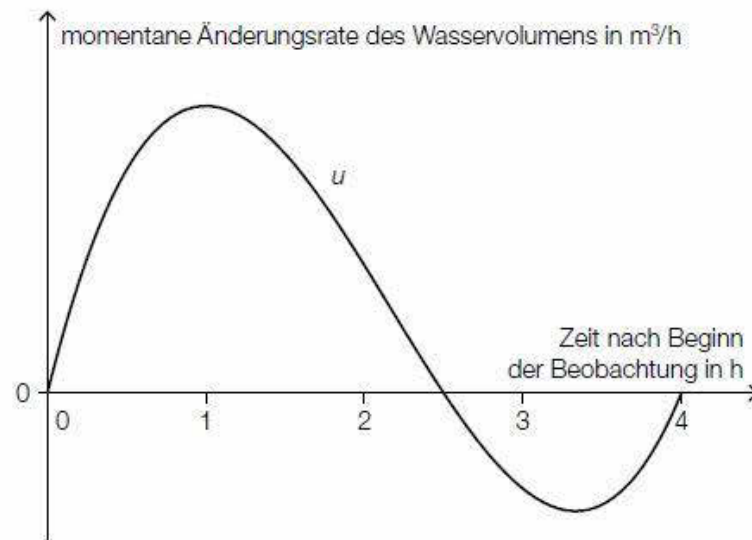
LÖSUNG AUFGABE 1

- c) Der Inhalt der schraffierten Fläche entspricht der Zunahme der durchschnittlichen Höhe dieses Fichtenbestands zwischen $t = 30$ Jahre und $t = 60$ Jahre.

Aufgabe 2

- a) Das Wasservolumen in einem Stausee ändert sich aufgrund von verschiedenen Einflüssen, wie z. B. Niederschlägen, Zuflüssen und Wasserentnahmen.

Zu Beginn einer Beobachtung beträgt das Wasservolumen im Stausee $1,5 \cdot 10^8 \text{ m}^3$. Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens kann im Zeitintervall $[0; 4]$ näherungsweise durch eine Funktion u beschrieben werden, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



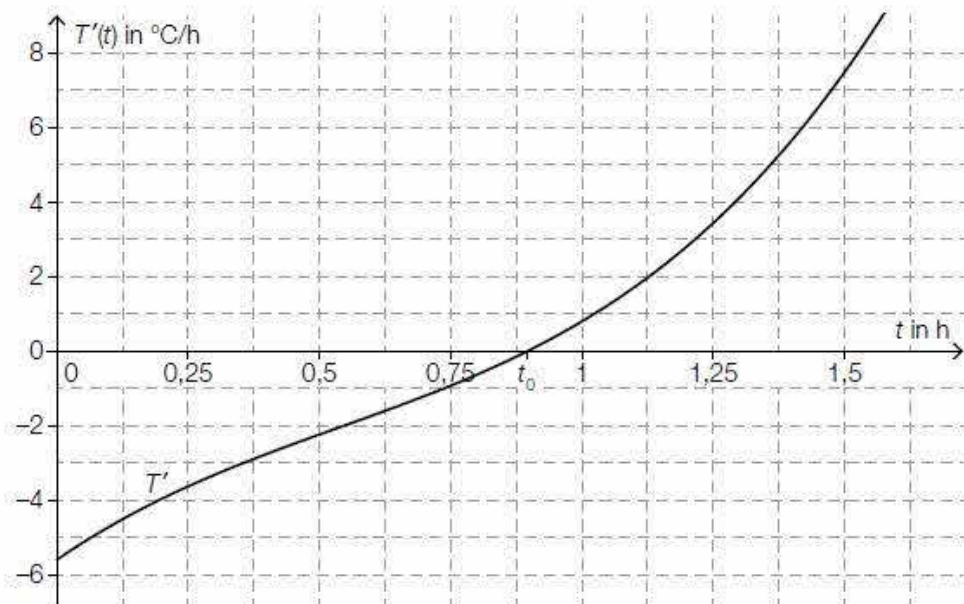
- 1) Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:
$$1,5 \cdot 10^8 + \int_0^4 u(t) dt$$
- 2) Argumentieren Sie mithilfe des Funktionsgraphen, dass das Wasservolumen im Stausee im Zeitintervall $[1; 2]$ zunimmt.

LÖSUNG AUFGABE 2

- a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.
- a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall $[1; 2]$ positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

Aufgabe 3

- c) Während eines Nachmittags, an dem es ein Gewitter gab, wurde die Veränderung der Temperatur ermittelt. Die Funktion T' beschreibt die momentane Änderungsrate der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit seit Beginn der Messung in h

$T'(t)$... momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/h

Die Funktion T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle (siehe obige Abbildung).

- 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine positive Steigung.	☐

Die absolute Temperaturänderung in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} T'(t) dt$ berechnet werden.

- 2) Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$.

LÖSUNG AUFGABE 3

c1)

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☒

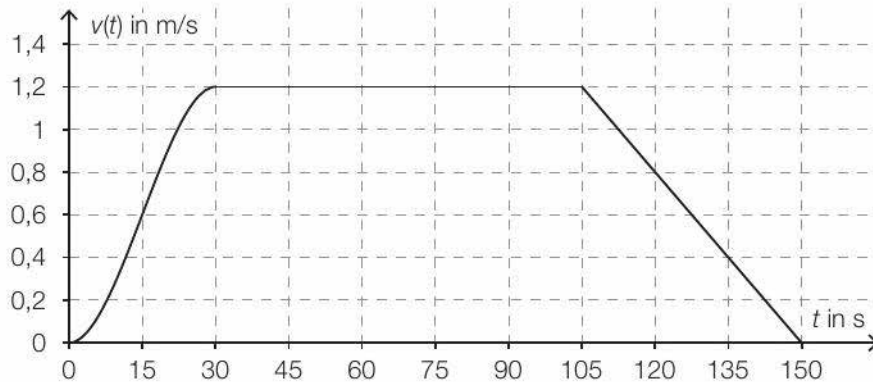
- c2) Die dem Integral $\int_{1,25}^{1,5} T'(t) dt$ entsprechende Fläche wird von rund 10,5 Kästchen mit einem Flächeninhalt von jeweils 0,125 überdeckt.
Gesamtflächeninhalt: $10,5 \cdot 0,125 \approx 1,3$

Die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$ beträgt rund $1,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
Toleranzbereich: $[1,2 \text{ }^{\circ}\text{C}; 1,45 \text{ }^{\circ}\text{C}]$

Aufgabe 4

Vom Fußpunkt des *Torre de Collserola* (Fernsehturm in Barcelona) bis zu dessen Aussichtsplattform führt ein Aufzug senkrecht nach oben.

In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v bei einer Aufzugsfahrt modellhaft dargestellt.



t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

c) Im Zeitintervall $[0; 30]$ gilt für die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v :

$$v(t) = -\frac{1}{11250} \cdot t^3 + \frac{1}{250} \cdot t^2 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 30$$

Die Aufzugsfahrt dauert insgesamt 150 Sekunden.

- 1) Berechnen Sie die Länge des Weges, der bei dieser Aufzugsfahrt insgesamt zurückgelegt wird.

LÖSUNG AUFGABE 4

$$\text{c1) } \int_0^{30} \left(-\frac{1}{11250} \cdot t^3 + \frac{1}{250} \cdot t^2 \right) dt + 1,2 \cdot 75 + \frac{1,2 \cdot 45}{2} = 135$$

oder:

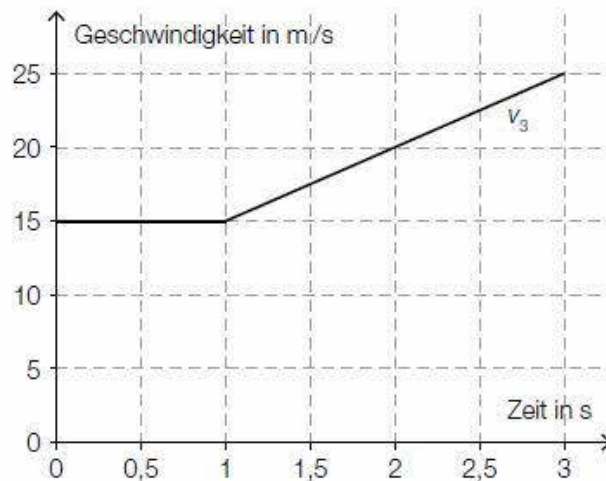
$$\frac{1,2 \cdot 30}{2} + 1,2 \cdot 75 + \frac{1,2 \cdot 45}{2} = 135$$

Der zurückgelegte Weg hat eine Länge von insgesamt 135 m.

Aufgabe 5

Auf einer Teststrecke werden Messungen durchgeführt.

- c) Die Geschwindigkeit eines anderen Autos kann im Zeitintervall $[0; 3]$ näherungsweise durch die Funktion v_3 beschrieben werden. Der Graph dieser Funktion v_3 ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion s_3 im Zeitintervall $[1; 3]$ mit $s_3(1) = 15$.

LÖSUNG AUFGABE 5

c) $v_3(t) = 5 \cdot t + 10$ mit $1 \leq t \leq 3$

Integrieren ergibt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + C$$

Wegen $s_3(1) = 15$ gilt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + \frac{5}{2} \text{ mit } 1 \leq t \leq 3$$

t ... Zeit in s

$s_3(t)$... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

Deskriptor 4.6

Regeln zum Berechnen von Stammfunktionen von Potenz- und Polynomfunktionen verstehen und anwenden

Aufgabe 6

Ein Landwirt will den Ertrag pro Quadratmeter für eine bestimmte Gemüsesorte steigern. Dazu prüft er den Einsatz eines Düngemittels.

- a) Die Ableitungsfunktion E' der Ertragsfunktion E lautet:

$$E'(x) = -891 \cdot x^2 + 297 \cdot x \text{ mit } 0 \leq x \leq 0,53$$

x ... Düngermenge in kg/m^2

$E'(x)$... lokale Ertragsänderungsrate des Ertrags bei der Düngermenge x

Ohne Düngemittel erntet der Landwirt durchschnittlich 2,5 kg Gemüse pro Quadratmeter.

– Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Ertragsfunktion E .

LÖSUNG AUFGABE 6

a) $E(x) = -297 \cdot x^3 + 148,5 \cdot x^2 + 2,5$

Deskriptor 4.7

das bestimmte Integral auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes als Grenzwert einer Produktsumme interpretieren und damit argumentieren

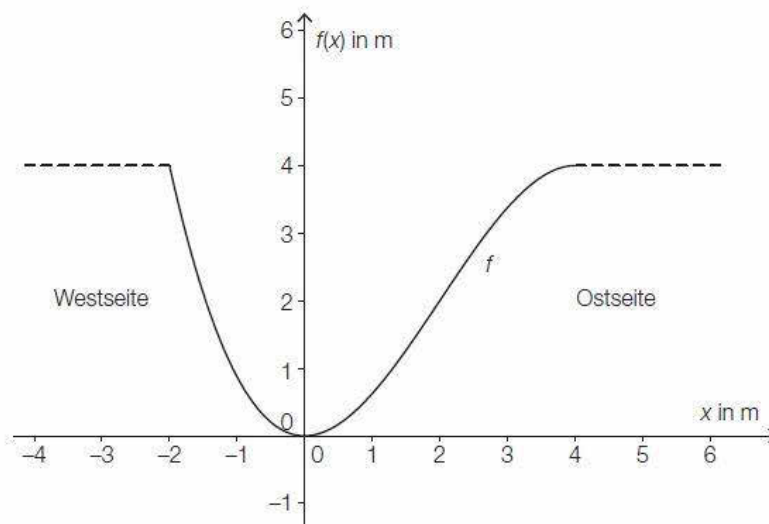
Aufgabe 7

- a) Das Querschnittsprofil eines künstlichen Flusslaufes kann annähernd durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \cdot x^2 \quad \text{mit } -2 \leq x \leq 4$$

$x, f(x)$... Koordinaten in Metern (m)

Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Berechnen Sie diejenige Stelle, an der das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten ansteigt.

Gegeben ist das folgende Integral:

$$\int_{-2}^4 (4 - f(x)) dx$$

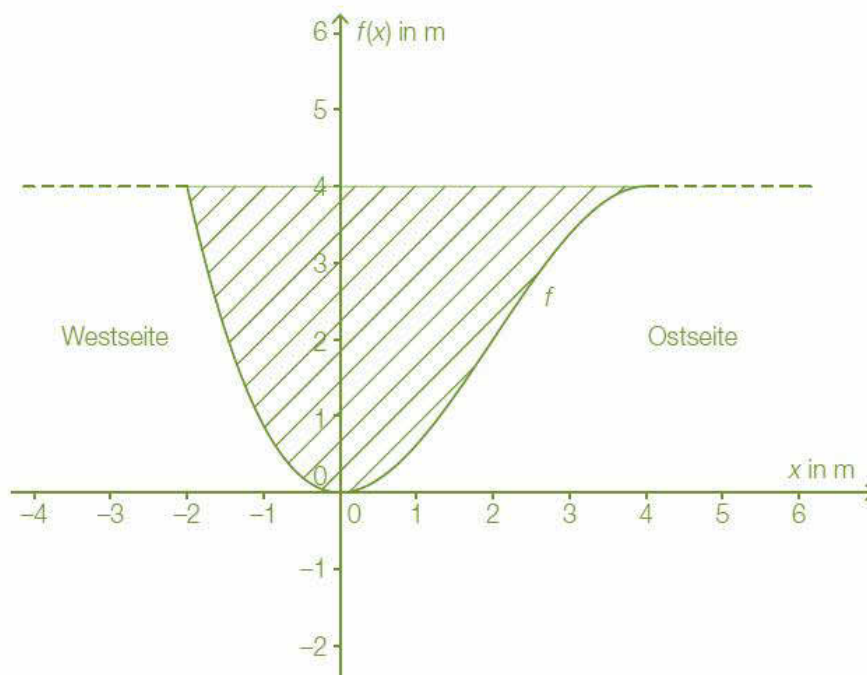
- Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mithilfe dieses Integrals berechnet werden kann.

LÖSUNG AUFGABE 7

a) $f''(x) = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2}$

$$0 = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = 2$$

An der Stelle $x = 2$ steigt das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten an.

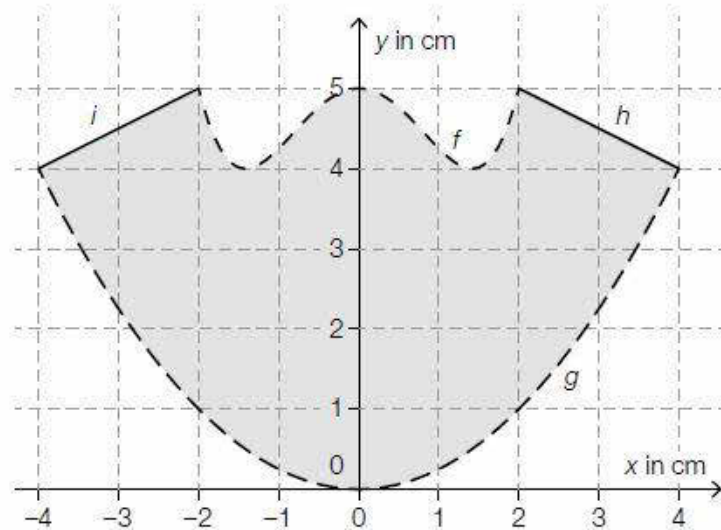


Deskriptor 4.8

das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt verstehen und anwenden

Aufgabe 8

Eine Skulptur wird von oben betrachtet. Die Deckfläche ist waagrecht und eben. Sie ist in der nachstehenden Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei ist die Deckfläche symmetrisch zur y-Achse und wird durch die Graphen der Funktionen f , g , h und i begrenzt.



LÖSUNG AUFGABE 8

$$\text{a1) } A = 2 \cdot \left(\int_0^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (h(x) - g(x)) dx \right)$$

oder:

$$A = \int_{-4}^{-2} (i(x) - g(x)) dx + \int_{-2}^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (h(x) - g(x)) dx$$

Kapitel 2 – Binomialverteilung und Normalverteilung

Deskriptor 5.5

mit der Binomialverteilung modellieren, ihre Anwendung begründen, Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswert berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren

Aufgabe 9

- b) Erfahrungsgemäß wird man bei einer Fahrt mit einer bestimmten U-Bahn-Linie mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5 % kontrolliert.

Eine Person fährt 300-mal mit dieser U-Bahn-Linie.

- 1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das entsprechende Ereignis aus A bis D zu. [2 zu 4]

$\binom{300}{2} \cdot 0,975^{298} \cdot 0,025^2$	
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0,975^{299} \cdot 0,025^1 - \binom{300}{0} \cdot 0,975^{300} \cdot 0,025^0$	

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	Die Person wird genau 2-mal nicht kontrolliert.
C	Die Person wird mindestens 2-mal nicht kontrolliert.
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

LÖSUNG AUFGABE 9

b1)

$\binom{300}{2} \cdot 0,975^{298} \cdot 0,025^2$	A
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0,975^{299} \cdot 0,025^1 - \binom{300}{0} \cdot 0,975^{300} \cdot 0,025^0$	D

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	
C	
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

Aufgabe 10

Seit vielen Jahren hat die GWUP (Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften e. V.) ein Preisgeld für den Nachweis einer paranormalen (übersinnlichen) Fähigkeit ausgeschrieben.

Die behaupteten Fähigkeiten einer Versuchsperson werden dabei mit verschiedenen Tests überprüft.

- a) Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, unter welcher von 10 Schachteln ein Glas Wasser versteckt ist. Der Versuch wird 13-mal durchgeführt, wobei das Glas Wasser jedes Mal neu versteckt wird. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 13 Durchführungen des Versuchs 7 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen Treffer erzielt.

- 1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Treffer.
- 2) Zeigen Sie, dass es wahrscheinlicher ist, dass diese Versuchsperson mindestens 1 Treffer erzielt, als dass sie gar keinen Treffer erzielt.
- 3) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Versuchsperson die Testphase besteht.

LÖSUNG AUFGABE 10

- a1) X ... Anzahl der Treffer

Binomialverteilung mit $n = 13$, $p = 0,1$:

$$E(X) = n \cdot p = 13 \cdot 0,1 = 1,3$$

- a2) $P(X = 0) = 0,9^{13} = 0,254... < 1 - P(X = 0)$

- a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(7 \leq X \leq 13) = 0,000099... = 0,0099... \%$$

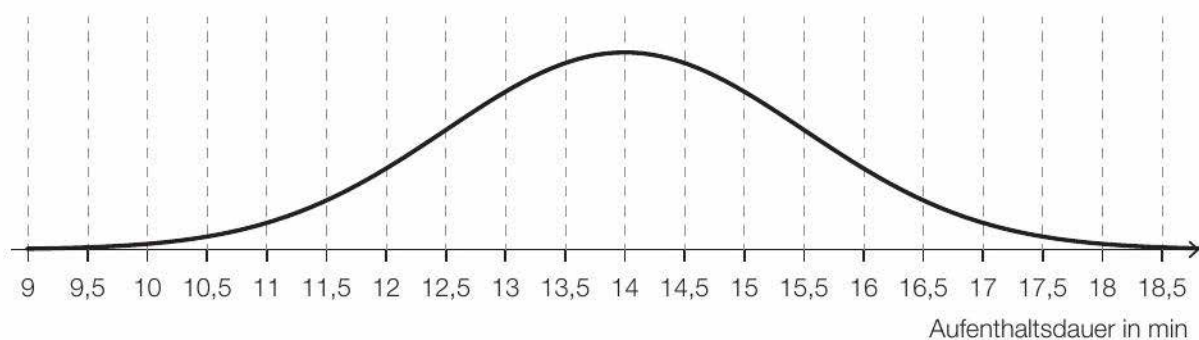
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,01 %.

Deskriptor 5.6

mit der Wahrscheinlichkeitsdichte und der Verteilungsfunktion der Normalverteilung modellieren, Wahrscheinlichkeiten und Quantile berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren, Erwartungswert μ und Standardabweichung σ interpretieren und deren Auswirkungen auf den Graphen der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichte erklären

Aufgabe 11

- c) In einer bestimmten Sauna ist die Aufenthaltsdauer der Saunagäste annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 14$ min. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Standardabweichung σ ab.

$\sigma =$ _____ min

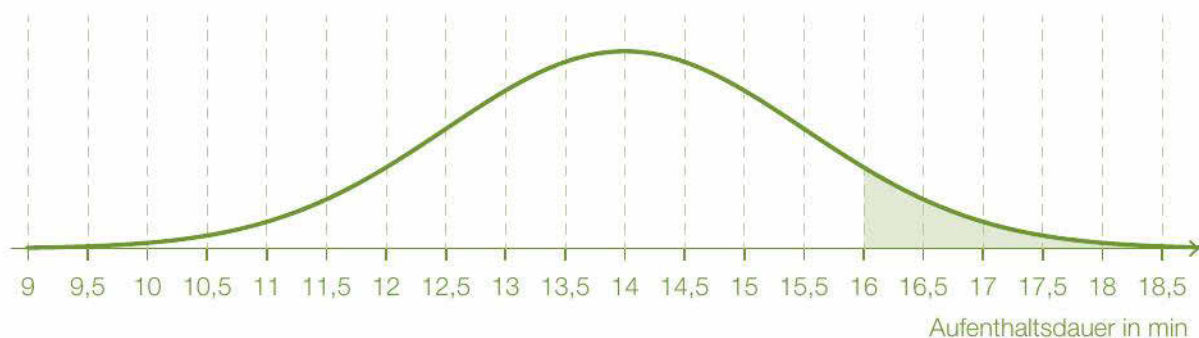
- 2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Aufenthaltsdauer eines zufällig ausgewählten Saunagasts mehr als 16 min beträgt.

LÖSUNG AUFGABE 11

- c1) $\sigma = 1,5$ min

Toleranzbereich: $[1; 2]$

- c2)



Aufgabe 12

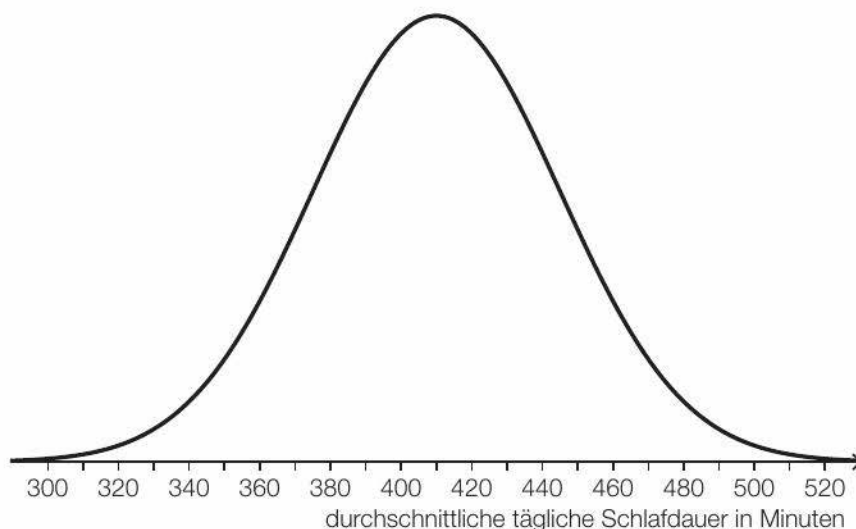
Es wurden verschiedene Untersuchungen zur durchschnittlichen täglichen Schlafdauer unterschiedlicher Personengruppen durchgeführt.

- b) Die durchschnittliche tägliche Schlafdauer X von älteren Personen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 364$ min und der Standardabweichung $\sigma = 50$ min.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte ältere Person eine durchschnittliche tägliche Schlafdauer zwischen 300 min und 480 min hat.
- 2) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$$P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{}\right)$$

- c) Für die Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren ist die durchschnittliche tägliche Schlafdauer annähernd normalverteilt. Die zugehörige Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}} \text{ min}$$

Für eine andere Altersgruppe beträgt der Erwartungswert 399 min. Die Standardabweichung ist die gleiche wie in der Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren.

- 2) Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion für diese Altersgruppe vom oben abgebildeten Graphen unterscheidet.

LÖSUNG AUFGABE 12

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(300 < X < 480) = 0,889...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

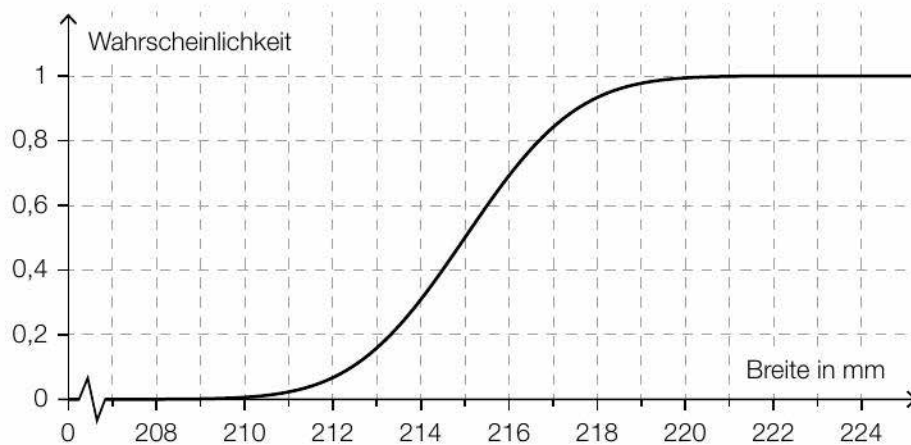
c1) $\mu = 410 \text{ min}$

Toleranzbereich: $[405; 415]$

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Aufgabe 13

- e) Die Breite bestimmter Dachziegel ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 215$ mm und der Standardabweichung $\sigma = 2$ mm.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Dachziegel eine Breite von mindestens 212 mm und höchstens 217 mm hat.
 - 2) Veranschaulichen Sie diese Wahrscheinlichkeit in der nachstehenden grafischen Darstellung der zugehörigen Verteilungsfunktion.



LÖSUNG AUFGABE 13

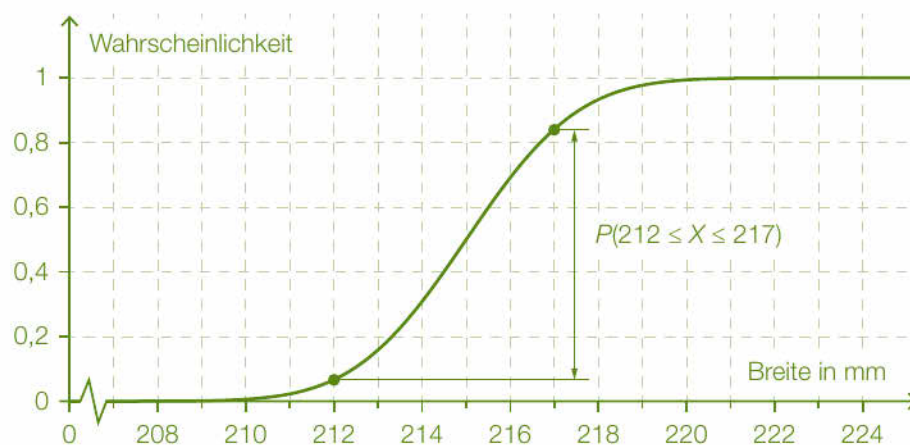
e1) X ... Breite in mm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(212 \leq X \leq 217) = 0,7745\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 77,5 %.

e2)

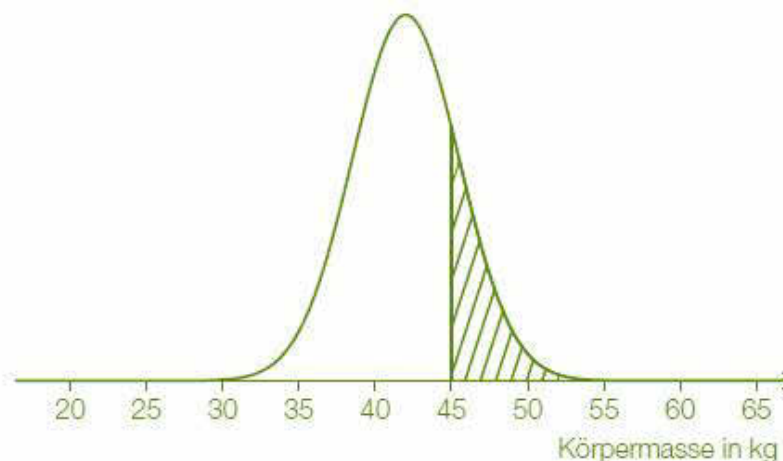


Aufgabe 14

- c) Es kann davon ausgegangen werden, dass die Körpermassen von 12-jährigen Schülern österreichweit annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 42$ kg und der Standardabweichung $\sigma = 3,5$ kg sind.
- 1) Veranschaulichen Sie in einer Skizze der Dichtefunktion die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter 12-jähriger Schüler eine Körpermasse von mehr als 45 kg hat.
 - 2) Berechnen Sie dasjenige symmetrische Intervall um μ , in dem die Körpermasse eines zufällig ausgewählten 12-jährigen Schülers mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt.

LÖSUNG AUFGABE 14

c1)



c2) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:

$$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0,9 \Rightarrow [36,2 \text{ kg}; 47,8 \text{ kg}]$$