

Bei komplizierten Bruchgleichungen kann es hilfreich sein, alle Brüche auf den Hauptnenner (das kleinste gemeinsam Vielfache aller Nenner) zu bringen.

Beispiel:

$$\frac{6}{x^3 - x^2} - \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 1} = \frac{3 + x \cdot (15 - 6x)}{3 \cdot (x + 1) \cdot (x^3 - x^2)}$$

Zunächst faktorisiert man alle vorkommenden Nenner so weit wie möglich:

1. Nenner: $x^3 - x^2 = x^2 \cdot (x - 1)$

2. Nenner: $x - 1$

3. Nenner: $x + 1$

4. Nenner: $3 \cdot x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$

kleinstes gemeinsames Vielfaches: $3 \cdot x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$

Daher muss gelten: $x \neq 0, x \neq 1, x \neq -1$

Alle vorkommenden Brüche auf den Hauptnenner (HN) erweitern:

$$\frac{6 \cdot 3 \cdot (x + 1)}{\text{HN}} - \frac{3 \cdot x^2 \cdot (x + 1)}{\text{HN}} + \frac{3 \cdot x^2 \cdot (x - 1)}{\text{HN}} = \frac{3 + x \cdot (15 - 6x)}{\text{HN}}$$

Multiplikation mit dem HN beseitigt sämtliche Brüche:

$$6 \cdot 3 \cdot (x + 1) - 3 \cdot x^2 \cdot (x + 1) + 3 \cdot x^2 \cdot (x - 1) = 3 + x \cdot (15 - 6x)$$

Ausmultiplizieren:

$$18x + 18 - 3x^3 - 3x^2 + 3x^3 - 3x^2 = 3 + 15x - 6x^2$$

Zusammenfassen:

$$\begin{aligned} 18x + 18 &= 3 + 15x \\ 3x &= -15 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Beachten Sie:

Bruchgleichungen solcher Struktur kommen im Zusammenhang mit realen Problemstellungen kaum jemals vor. Sie können daher zwar als Rechenübung dienen, sind aber für Sie abgesehen davon nicht wichtig.

Üben Sie jedoch das Lösen komplizierterer Gleichungen mit Hilfe Ihres Taschenrechners oder eines CAS.